

Social Choices in un esperimento di classe

Giovanna Bimonte

Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche, Università di Salerno

gbimonte@unisa.it

SEZIONE 1: Scheda di presentazione

Titolo	Social Choices in un esperimento di classe
Grado Scolastico	L'attività è stata svolta nelle classi quinte del Modulo di Matematica ed Economia del Progetto Liceo Matematico sviluppato dal gruppo di ricerca di didattica della matematica del Dipartimento di Matematica in collaborazione con il Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche dell'Università di Salerno, l'attività è proponibile in una classe del triennio, preferibilmente quarta o quinta per le connessioni interdisciplinari del percorso, in qualsiasi istituto secondario superiore.
Tematica affrontata	Teoria delle decisioni, Teoria matematica dei Giochi, Economia Matematica
Descrizione	Il laboratorio, incentrato sulle tematiche economiche e sociali, ha avuto come obiettivo quello di sfruttare la naturale curiosità degli studenti sulle questioni relative ai sistemi di scelta. Gli studenti sono stati coinvolti in un percorso didattico d'impianto costruttivista, grazie ad un approccio euristico sono stati sollecitati a riflettere sulle domande proposte ed a formulare le proprie intuizioni e deduzioni prima di proporre loro le risposte rigorose e formali fondate sulla teoria. In questo modo, abbiamo costruito le scelte collettive, partendo dalle scelte individuali, ponendo l'accento sugli effetti delle proprie decisioni e sulla possibilità di influenzare i risultati aggregati. Gli studenti hanno, così, potuto apprendere in modo attivo le nozioni di Teoria dei giochi e di Economia matematica con particolare attenzione per la Teoria delle scelte sociali.

<p>Obiettivi con eventuali riferimenti agli assi culturali e/o alle indicazioni nazionali</p>	<p><u>INDICAZIONI NAZIONALI</u></p> <p>Storia [...] al termine del quinquennio liceale, lo studente conosca bene i fondamenti del nostro ordinamento costituzionale, [...] maturando altresì, anche in relazione con le attività svolte dalle istituzioni scolastiche, le necessarie competenze per una vita civile attiva e responsabile.</p> <p>Matematica Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici. [...] Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche. [...]</p> <p><u>NUCLEI TEMATICI FONDAMENTALI</u> PROBABILITÀ E STATISTICA Statistica descrittiva</p> <p><u>ASSI CULTURALI</u></p> <p>L'asse matematico. L'asse matematico ha l'obiettivo di far acquisire allo studente saperi e competenze che lo pongano nelle condizioni di possedere una corretta capacità di giudizio e di sapersi orientare consapevolmente nei diversi contesti del mondo contemporaneo. [...] Finalità dell'asse matematico è l'acquisizione al termine dell'obbligo d'istruzione delle abilità necessarie per applicare i principi e i processi matematici di base nel contesto quotidiano della sfera domestica e sul lavoro, nonché per seguire e vagliare la coerenza logica delle argomentazioni proprie e altrui in molteplici contesti di indagine conoscitiva e di decisione.</p> <p>COMPETENZE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.</p> <p>L'asse scientifico-tecnologico L'asse scientifico-tecnologico ha l'obiettivo di facilitare lo studente nell'esplorazione del mondo circostante, per osservarne i fenomeni e comprendere il valore della conoscenza del mondo naturale e di quello delle attività umane come parte integrante della sua formazione globale. [...] Le competenze dell'area scientifico-tecnologica [...] concorrono a potenziare la capacità dello studente di operare scelte consapevoli ed autonome nei molteplici contesti, individuali e collettivi, della vita reale.</p> <p>COMPETENZE Osservare, descrivere ed analizzare fenomeni appartenenti alla realtà naturale e artificiale e riconoscere nelle sue varie forme i concetti di sistema e di complessità</p>
--	--

	<p>L'Asse storico-sociale L'asse storico-sociale si fonda su tre ambiti di riferimento: epistemologico, didattico, formativo. [...] Se sul piano epistemologico i confini tra la storia, le scienze sociali e l'economia sono distinguibili, più frequenti sono le connessioni utili alla comprensione della complessità dei fenomeni analizzati. [...]</p> <p>COMPETENZE Collocare l'esperienza personale in un sistema di regole fondato sul reciproco riconoscimento dei diritti garantiti dalla Costituzione, a tutela della persona, della collettività e dell'ambiente</p>
Tempo impiegato	5 ore
Discipline coinvolte	Matematica, Economia, Storia, Educazione civica

SEZIONE 2: Un laboratorio in classe

L'attività "Social Choices" è stata svolta nel Modulo di Matematica ed Economia sviluppato dal gruppo di ricerca di didattica della matematica del Dipartimento di Matematica in collaborazione con il Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche dell'Università di Salerno ed è stata proposta agli studenti delle classi quinte dei Licei che partecipano al Progetto di Ricerca "Liceo Matematico". Tale modulo è finalizzato a fornire modelli matematici ed economici che consentano agli studenti di analizzare e comprendere le dinamiche delle decisioni in vari contesti per la costruzione di una visione unitaria dei problemi storico-politico-economici reali in un'ottica interdisciplinare che va oltre la tradizionale frammentazione del curriculum scolastico.

L'idea del laboratorio è quella di voler coinvolgere gli studenti nell'apprendimento attivo, sfruttando la loro naturale curiosità per le questioni economiche e sociali, e farli riflettere sulle domande prima di cercare di dare loro delle risposte fondate sulla teoria. Il laboratorio è stato progettato per essere fruito on-line, a causa delle restrizioni legate alla pandemia da COVID-19. Gli esperimenti di classe hanno coinvolto gli studenti, individualmente o in gruppo, e sono stati condotti con discussioni introduttive molto brevi, poche delucidazioni durante la fase di scelta degli studenti e approfondimenti teorici con relativo commento dei risultati al termine delle attività proposte. In questo modo, gli studenti hanno potuto apprendere in modo attivo le nozioni di scelte sociali, teoria dei giochi e, più in generale, di economia matematica.

L'idea di partenza è stata provare a costruire scelte collettive e ad influenzare le scelte collettive partendo dalle scelte individuali.

La teoria dei giochi è fondata su alcune ipotesi che caratterizzano il modo fondamentale di agire (e di pensare) degli individui: gli individui, infatti, che interagiscono in un problema decisionale si suppone siano intelligenti e razionali. L'individuo razionale in senso stretto è in grado di ordinare le sue preferenze su un insieme di risultati; le sue preferenze, inoltre, soddisfano l'insieme di assiomi di razionalità di von Neumann e Morgenstern.

Le domande degli esperimenti in classe sono state attentamente progettate, affinché l'apprendimento fosse basato sulla scoperta, per mezzo dei materiali e delle informazioni fornite agli studenti, e dei dati raccolti. Il ruolo del docente diventa quello di agire come facilitatore, ponendo domande guida e attirando l'attenzione sui risultati interessanti che emergono al termine delle attività di scelta.

Successivamente, gli studenti sono stati condotti alla scoperta del quadro storico e teorico attraverso una formalizzazione matematica rigorosa. Negli esperimenti in classe gli studenti sono stati coinvolti nel commento dei dati raccolti e nell'osservazione dei fenomeni e delle caratteristiche presenti. Come in una dimostrazione interattiva in classe, agli studenti coinvolti nella attività è stato chiesto di fare previsioni e di riflettere sulle loro osservazioni e sulle motivazioni alla base delle scelte degli altri studenti. Per alcuni esperimenti, il risultato è stato "sorprendente" ma convincente, in questo modo gli studenti hanno potuto costruire la proprietà della nuova idea emersa e usarla per sostenere l'apprendimento.

2.1 Prendere una decisione

Gli individui ogni giorno si trovano in situazioni in cui devono prendere decisioni, utilizzando le informazioni disponibili, valutando e interpretando gli esiti delle scelte possibili, al fine di selezionare un'azione tra diverse alternative: ad esempio, scegliere di acquistare un oggetto, selezionare un candidato in una votazione, partecipare ad un'asta. Il processo decisionale passa attraverso l'interpretazione e la valutazione di tutte le possibili alternative in maniera pianificata, cioè da una scelta ragionata, oppure può essere frutto di una scelta "automatica" in situazioni già sperimentate in passato. Lo studio del processo decisionale ha il compito di prevedere come un individuo si comporta nello scegliere un'alternativa piuttosto che un'altra, sapendo che rispondono al principio di razionalità. La Teoria dell'Utilità Attesa di von Neumann e Morgenstern (1947) considera le decisioni di un individuo basate sul presupposto della razionalità degli individui. Potremmo dire che l'individuo, attraverso la risoluzione di un semplice "algoritmo algebrico" composto da un insieme di specifiche informazioni in possesso dal soggetto, prende una decisione tra tutte le alternative possibili. L'individuo ordina le proprie preferenze e costruisce una vera e propria funzione di scelta. La situazione si complica quando ci sono più agenti a scegliere e bisogna tirare fuori una sola alternativa tra tutte le possibili.

La teoria della Scelta Sociale è lo studio dei processi e delle procedure di decisione collettiva. Si tratta di un insieme di modelli e risultati riguardanti l'aggregazione delle scelte (input) individuali (per esempio, voti, preferenze, giudizi, benessere) in scelte (output) collettive.

Quello che ci chiediamo è: Come può un gruppo di individui scegliere un risultato vincente (ad esempio in politica un candidato elettorale) da un dato insieme di opzioni? Quali sono le proprietà dei diversi sistemi di voto? È possibile arrivare a costruire preferenze collettive coerenti sulla base delle preferenze individuali? Se sì, come?

L'obiettivo del nostro laboratorio è stato dare risposta a queste domande osservando esempi concreti presi dalla realtà; costruendo attività in cui gli studenti dovevano scegliere e motivare le proprie azioni; mostrando i modelli teorici e i risultati attesi in letteratura e, infine, mostrando i teoremi e la formalizzazione matematica alla base delle scelte individuali e collettive.

2.2 Un po' di Storia

I primi a studiare le Scelte sociali sono stati Nicolas de Condorcet (1743-1794) e Jean-Charles de Borda nel 18° secolo e, nel 19° secolo, Charles Dodgson (noto anche come Lewis Carroll). La teoria della scelta sociale è decollata nel 20° secolo con i lavori di Kenneth Arrow, Amartya Sen e Duncan Black. La loro influenza si estende attraverso l'economia, la scienza politica, la filosofia, la matematica e recentemente l'informatica e la biologia. Oltre a contribuire alla nostra comprensione delle procedure di decisione collettiva, la Teoria della scelta sociale ha applicazioni nelle aree del design istituzionale, dell'economia del benessere e dell'epistemologia sociale.

Condorcet era un pensatore liberale all'epoca della Rivoluzione francese che fu perseguito dalle autorità rivoluzionarie per averle criticate. Dopo un periodo di clandestinità, fu infine arrestato, anche se apparentemente non immediatamente identificato, e morì in prigione. Nel suo *Essay on the*

Application of Analysis to the Probability of Majority Decisions (1785), sostenne un particolare sistema di voto, il voto a maggioranza a coppie, e presentò le sue due intuizioni più importanti. La prima, nota come *Teorema della Giuria di Condorcet*, è che se ogni membro di una giuria ha una probabilità uguale e indipendente migliore del caso, ma peggiore del prefetto, di dare un giudizio corretto sulla colpevolezza o meno di un imputato; la maggioranza dei giurati ha più probabilità di essere corretta di ogni singolo giurato; e la probabilità di un giudizio di maggioranza corretto si avvicina a 1 all'aumentare delle dimensioni della giuria. Quindi, in certe condizioni, la regola della maggioranza è buona per “trovare la verità”:

Teorema della Giuria di Condorcet: Sia $n = 2m + 1$ il numero di individui di una giuria, e sia p la probabilità che un individuo membro della giuria prenda la decisione giusta. Definiamo con $h_n(p)$ la probabilità che una maggioranza di membri della giuria faccia la scelta giusta, quando gli agenti agiscono in maniera indipendente. Allora se $p > 1/2$ e $n \geq 3$,

- I. $h_n(p) > p$, e
- II. $h_n(p) \rightarrow 1$ quando $n \rightarrow \infty$

Il Teorema della giuria di Condorcet, dunque, afferma che in condizioni abbastanza generali, la regola della maggioranza aggregherà efficientemente le credenze e porterà a risultati “buoni” se gli elettori votano in modo non strategico. Non strategico vuol dire che gli elettori votano semplicemente per il risultato che sceglierebbero se fossero l'unico elettore.

La seconda intuizione di Condorcet, spesso chiamata *Paradosso di Condorcet*, è l'osservazione che le preferenze della maggioranza possono essere “irrazionali”, o meglio, intransitive, anche quando le preferenze individuali sono “razionali” (transitive). Consideriamo tre alternative tra cui scegliere, x , y e z , e supponiamo che un terzo di un gruppo preferisca l'alternativa x a y a z , un altro terzo preferisca y a z a x , e infine un terzo ancora preferisca z a x a y . Allora ci sono maggioranze (di due terzi) per x contro y , per y contro z , e per z contro x , tali per cui si genera un *ciclo*, che viola la transitività. Inoltre, nessuna alternativa è un vincitore di Condorcet: un'alternativa, cioè, che batte, o almeno pareggia, ogni altra alternativa in gare di maggioranza a coppie.

Condorcet ha anticipato un tema chiave della moderna teoria della scelta sociale: la regola della maggioranza è allo stesso tempo un metodo plausibile di decisione collettiva e tuttavia soggetto ad alcuni problemi sorprendenti. Risolvere o aggirare questi problemi rimane una delle preoccupazioni principali della teoria della scelta sociale.

Mentre Condorcet aveva studiato un particolare metodo di voto, il voto a maggioranza, Kenneth Arrow, che vinse il premio Nobel per l'economia nel 1972, introdusse un approccio generale allo studio dell'aggregazione delle preferenze, in parte ispirato dal suo insegnante di logica, Alfred Tarski (1901-1983), dal quale era stato introdotto alla Teoria delle relazioni. Arrow considerò una classe di possibili metodi di aggregazione, che chiamò Funzioni di Benessere Sociale, e chiese quali di essi soddisfacessero certi assiomi o desiderata. Ha dimostrato che non esiste un metodo per aggregare le preferenze di due o più individui su tre o più alternative in preferenze collettive, dove questo metodo soddisfa cinque assiomi: *Teorema di Impossibilità di Arrow*.

Teorema dell'impossibilità di Arrow: Non è possibile aggregare le preferenze individuali razionali di un gruppo d'individui in una qualsiasi funzione di scelta sociale a meno di violare uno dei seguenti assiomi:

1. *Razionalità:* La regola di scelta sociale rappresenta preferenze sociali complete e transitive;
2. *Dominio non ristretto:* Non si pongono restrizioni a priori alle preferenze di ciascun individuo;

3. *Indipendenza dalle alternative irrilevanti: La scelta sociale sulle alternative X e Y deve dipendere solo dalle preferenze degli individui su X e Y;*
4. *Non dictatorship: Non c'è un dittatore, ovvero un individuo che impone sempre le sue scelte;*
5. *Pareto assumption: se tutti gli individui preferiscono una certa opzione X all'opzione Y, allora X deve essere preferita a Y anche nella funzione di scelta sociale.*

Il contemporaneo e coetaneo di Condorcet, Jean-Charles de Borda (1733-1799), difese un sistema di voto che è spesso visto come un'importante alternativa al voto a maggioranza. Il *Conteggio di Borda* evita il paradosso di Condorcet ma viola una delle condizioni di Arrow, l'Indipendenza delle alternative irrilevanti. Così il dibattito tra Condorcet e Borda è un precursore di alcuni dibattiti moderni sulle risposte possibili al Teorema di Arrow.

Nel XIX secolo, il matematico ed ecclesiastico britannico Charles Dodgson (1832-1898), meglio conosciuto come Lewis Carroll, riscoprì indipendentemente molte delle intuizioni di Condorcet e Borda e sviluppò anche una teoria della rappresentazione proporzionale. Fu in gran parte grazie all'economista scozzese Duncan Black che le idee teoriche di Condorcet, Borda e Dodgson furono portate all'attenzione della comunità di ricerca moderna.

2.3 La teoria delle Scelte Sociali: dalle scelte individuali a quelle collettive

2.3.1 Scelte Sociali

Per introdurre formalmente la teoria della scelta sociale, è utile considerare un semplice problema di decisione: una scelta collettiva tra due alternative.

Sia $N = \{1, 2, \dots, n\}$ un insieme di individui, dove $n \geq 2$. Gli individui devono scegliere tra due alternative possibili. Ogni individuo $i \in N$ esprime un voto, denotato v_i , dove

- $v_i = 1$ rappresenta un voto per la prima alternativa,
- $v_i = -1$ rappresenta un voto per la seconda alternativa.

Una combinazione di voti tra gli individui, $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$, è chiamata profilo. Per ogni profilo, il gruppo cerca di arrivare ad una decisione sociale v , dove

- $v = 1$ rappresenta una decisione per la prima alternativa,
- $v = -1$ rappresenta una decisione per la seconda alternativa

Una regola di aggregazione è una funzione f che assegna ad ogni profilo $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ (in qualche dominio di profili ammissibili) una decisione sociale $v = f(v_1, v_2, \dots, v_n)$.

Le più diffuse regole di aggregazione delle scelte sono:

Unanimity rule: Per ogni profilo di scelte $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$,

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = \{1 \text{ if } v_1 = v_2 = \dots = v_n = 1 \quad -1 \text{ if } v_1 = v_2 = \dots = v_n = -1.$$

Majority rule: Per ogni profilo di scelte $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$,

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = \{1 \text{ if } v_1 + v_2 + \dots + v_n > 0 \quad 0 \text{ if } v_1 + v_2 + \dots + v_n = 0 \\ = -1 \text{ if } v_1 + v_2 + \dots + v_n < 0.$$

Dictatorship: Per ogni profilo di scelte $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$,

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = v_i,$$

dove $i \in N$ è il dittatore.

Weighted majority rule: Per ogni profilo di scelte $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$,

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = \begin{cases} 1 & \text{if } w_1v_1 + w_2v_2 + \dots + w_nv_n > 0 \\ 0 & \text{if } w_1v_1 + w_2v_2 + \dots + w_nv_n = 0 \\ -1 & \text{if } w_1v_1 + w_2v_2 + \dots + w_nv_n < 0 \end{cases}$$

dove w_1, w_2, \dots, w_n sono numeri reali, interpretabili come pesi degli n individui.

Una regola di aggregazione è definita in maniera estensiva, cioè è una mappatura (una relazione funzionale) tra input individuali e output collettivi. La regola di aggregazione è definita per un insieme fisso di individui N e un problema decisionale fisso, così che la regola di maggioranza in un gruppo di due individui è un oggetto matematico diverso dalla regola di maggioranza in un gruppo di tre.

May (1952) ha introdotto per primo dei requisiti per costruire, a partire dalle scelte individuali, delle decisioni sociali e ha dimostrato che la *Majority rule* è l'unica regola di aggregazione che soddisfa tutti i requisiti:

- I. *Dominio universale*: Il dominio degli input individuali ammissibili consiste in tutti i profili logicamente possibili di voti $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$, dove ogni $v_i \in \{-1, 1\}$.
- II. *Anonimato*: Per ogni coppia di profili ammissibili $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ e $\langle r_1, r_2, \dots, r_n \rangle$ che sono permutazioni l'uno dell'altro, la decisione sociale che ne consegue sarà la stessa, cioè, $f(v_1, v_2, \dots, v_n) = f(r_1, r_2, \dots, r_n)$.
- III. *Neutralità*: Per qualsiasi profilo ammissibile $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$, se i voti delle due alternative sono invertiti, anche la decisione sociale è invertita, cioè $f(-v_1, -v_2, \dots, -v_n) = -f(v_1, v_2, \dots, v_n)$.
- IV. *Positive responsiveness*: Per qualsiasi profilo ammissibile $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$, se alcuni elettori cambiano i loro voti a favore di un'alternativa e tutti gli altri voti rimangono gli stessi, la decisione sociale non cambia nella direzione opposta; se la decisione sociale era un pareggio prima del cambiamento, il pareggio è rotto nella direzione del cambiamento, cioè, se $w_i > v_i$ per alcuni i e $w_j = v_j$ per tutti gli altri j , e $f(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0$ oppure $f(v_1, v_2, \dots, v_n) = 1$, allora $f(w_1, w_2, \dots, w_n) = 1$.

Il Dominio universale richiede che la regola di aggregazione faccia fronte a qualsiasi livello di "pluralismo" nei suoi input; l'Anonimato richiede che tutti gli elettori siano trattati allo stesso modo; la Neutralità richiede che tutte le alternative siano trattate allo stesso modo; e la *Positive responsiveness* richiede che la decisione sociale sia una funzione positiva del modo in cui la gente vota. May dimostrò quanto segue:

Teorema (May 1952): Una regola di aggregazione soddisfa il Dominio universale, l'Anonimato, la Neutralità e la Positive responsiveness se e solo se è la regola della maggioranza.

Possiamo osservare che le dittature e le regole di maggioranza ponderata con pesi individuali diversi violano l'anonimato. Le regole di super maggioranza asimmetrica, sotto le quali una larga maggioranza dei voti, come due terzi o tre quarti, è richiesta per una decisione a favore di una delle alternative, violano la neutralità. Le regole di maggioranza simmetrica, in base alle quali nessuna alternativa viene scelta a meno che non sia supportata da una maggioranza sufficientemente grande, violano la Positive responsiveness.

2.3.2 L'aggregazione delle preferenze

Il punto fondamentale della Teoria della Scelta Sociale è l'analisi dell'aggregazione delle preferenze, intesa come l'aggregazione delle "classifiche" di preferenza di più individui su due o più alternative sociali in una singola classifica di preferenza (o scelta) collettiva su queste stesse alternative. Consideriamo un insieme $N = \{1, 2, \dots, n\}$ di individui ($n \geq 2$). Sia $X = \{x, y, z, \dots\}$ un insieme di alternative sociali, per esempio mondi possibili, piattaforme politiche, candidati alle elezioni o

allocazioni di beni. Ogni individuo $i \in N$ ha un ordine di preferenza R_i su queste alternative: una relazione binaria completa e transitiva su X . Per ogni $x, y \in X$, xR_iy significa che l'agente i preferisce debolmente x a y . Scriviamo xP_iy se xR_iy e non yR_ix (l'agente i preferisce strettamente x a y), e xI_iy se xR_iy e yR_ix (l'individuo i è indifferente tra x e y).

Una combinazione di ordinamenti di preferenze tra tutti gli individui, $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$, è chiamata profilo. Una regola di aggregazione delle preferenze, F , è una funzione che assegna ad ogni profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ (in qualche dominio di profili ammissibili) una relazione di preferenza sociale $R = F(R_1, R_2, \dots, R_n)$ su X .

Per qualsiasi $x, y \in X$, xRy significa che x è socialmente debolmente preferito a y . Scriviamo anche xPy se xRy e non yRx (x è strettamente preferito a y), e xIy se xRy e yRx (x e y sono socialmente indifferenti). In generale, l'assunzione che R sia una relazione completa e transitiva non è sempre incorporato nella definizione di una regola di aggregazione delle preferenze.

Prendiamo ad esempio la regola di aggregazione delle preferenze del voto a maggioranza a coppie, cioè il vincitore di Condorcet.

Regola di Condorcet: Per qualsiasi profilo di strategie $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ e per ogni coppia $x, y \in X$, xRy se e solo se almeno tanti individui hanno xR_iy quanti hanno yR_ix , formalmente $|\{i \in N: xR_iy\}| \geq |\{i \in N: yR_ix\}|$.

Questa proprietà non garantisce preferenze sociali transitive, in particolare si può mostrare che la proporzione di profili di preferenza (tra tutti quelli possibili) che portano a preferenze maggioritarie cicliche aumenta con il numero di individui (n) e il numero di alternative ($|X|$).

Un secondo esempio di regola di aggregazione delle preferenze è il

Conteggio Borda: Per qualsiasi profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ e per ogni coppia $x, y \in X$, xRy se e solo se $\sum_{i \in N} |\{z \in X: xR_iz\}| \geq \sum_{i \in N} |\{z \in X: yR_iz\}|$. In pratica, ogni elettore assegna un punteggio ad ogni alternativa, che rispecchia il suo ordinamento delle preferenze. L'alternativa maggiormente preferita riceve un punteggio di k (dove $k = |X|$), la seconda alternativa più scelta riceve un punteggio di $k - 1$, e così via. Le alternative sono poi ordinate socialmente in termini di somme dei loro punteggi tra i votanti: l'alternativa con la somma totale più grande è in cima, l'alternativa con la seconda somma totale più grande è la successiva, e così via.

Nel caso del vincitore di Borda, l'aggregazione delle preferenze è potenzialmente vulnerabile al causa del voto strategico e all'impostazione strategica dell'agenda di voto, rispetto al voto secondo le proprie preferenze.

2.3.3 Il teorema di Gibbard-Satterthwaite

Le preferenze sono ordinali e non comparabili tra loro: gli ordinamenti delle preferenze non contengono informazioni sulla forza delle preferenze di ciascun individuo o su come confrontare le preferenze di individui diversi tra loro. Le regole di aggregazione delle preferenze mappano profili di ordinamenti di preferenze individuali in relazioni di preferenze sociali. Partendo da una relazione di preferenze sociali, possiamo costruire le Regole di Scelta Sociale, il cui output è dato da una o più alternative vincenti. Formalmente, una Regola di Scelta Sociale, f , è una funzione che assegna ad ogni profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ (in qualche dominio di profili ammissibili) un insieme di scelta sociale $f(R_1, R_2, \dots, R_n) \subseteq X$. Una regola di scelta sociale f può essere derivata da una regola di aggregazione delle preferenze F , definendo $f(R_1, R_2, \dots, R_n) = \{x \in X: \text{per tutti } y \in X, xRy\}$ dove $R = F(R_1, R_2, \dots, R_n)$. In generale non vale il contrario.

Il criterio del vincitore di Condorcet definisce una regola di scelta sociale, dove, per ogni profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$, $f(R_1, R_2, \dots, R_n)$ contiene ogni alternativa in X che vince o almeno pareggia con ogni altra alternativa nel voto a maggioranza a coppie. Come mostrato dal paradosso di *Condorcet*, questo può produrre un insieme di scelta vuoto. Al contrario, la regola del *Plurality* e il *vincitore di Borda* inducono regole di scelta sociale che producono sempre insiemi di scelta non vuoti. Soddisfano anche le seguenti condizioni di base (l'ultima per $|X| \geq 3$):

- *Dominio universale*: Il dominio di f è l'insieme di tutti i profili logicamente possibili di ordinamenti di preferenze individuali completi e transitivi.
- *Non dittatura*: Non esiste un individuo $i \in N$ tale che, per tutti i possibili profili $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ nel dominio di f e tutti gli x nel dominio di f , $yR_i x$ dove $y \in f(R_1, R_2, \dots, R_n)$.
- *Vincolo sul range*: Il dominio di f contiene almeno tre alternative distinte (e idealmente tutte le alternative in X).

Se integrate con un appropriato criterio di spareggio, le regole di Pluralità e Borda possono essere ulteriormente rese "risolute":

- *Decisività*: La regola di scelta sociale f produce sempre un'unica alternativa vincente (un *Singleton Choice Set*).

Scriviamo quindi $x = f(R_1, R_2, \dots, R_n)$ per indicare l'alternativa vincente per il profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$.

Sorprendentemente, questa lista di condizioni è in conflitto con il seguente ulteriore requisito:

- *Strategy-proofness*: Non esiste un profilo $\langle R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ nel dominio di f per il quale f sia manipolabile da qualche individuo $i \in N$. Cioè, c'è incentivo per gli individui a votare secondo le proprie preferenze.

La manipolabilità è così definita: se i presenta un falso ordinamento di preferenze $R'_i (\neq R_i)$, il vincitore è un'alternativa y' che i preferisce strettamente (secondo R_i) all'alternativa y che vincerebbe se i dichiarasse il vero ordinamento di preferenze R_i .

Teorema (Gibbard 1973; Satterthwaite 1975): *Non esiste una regola di scelta sociale che soddisfi il dominio universale, la non dittatura, il vincolo sul range, la decisività e la Strategy-proofness.*

Questo risultato solleva importanti questioni sui compromessi tra i diversi requisiti di una regola di scelta sociale. Una dittatura, che sceglie sempre l'alternativa preferita dal dittatore, è banalmente *Strategy-proofness*. Il dittatore ovviamente non ha alcun incentivo a votare strategicamente, e nessun altro lo fa, poiché il risultato dipende solo dal dittatore.

Infine, riassumendo, con il voto all'unanimità l'insieme delle scelte può essere vuoto e l'ordinamento sociale può essere non completo; il voto a maggioranza può condurre a scelte collettive non transitive e, dunque, non razionali; la regola di Condorcet implica la violazione del criterio logico di transitività, ed è soggetta alla manipolabilità della classifica, oltreché alla vuotezza dell'insieme di scelta ottimale; il sistema di Borda è soggetto alle conseguenze del voto strategico e non soddisfa l'assioma dell'Indipendenze delle Alternative Irrilevanti del teorema di Arrow.

SEZIONE 3: Elementi progettuali del laboratorio-esperimento di classe

3.1 Approccio Metodologico

Le attività del corso sono state sviluppate con un approccio costruttivista (Harel e Papert 1991) dove gli artefatti tecnologici hanno svolto il ruolo di strumenti (Rabardel 2002). Le piattaforme informatiche utilizzate e i più innovativi software dedicati hanno svolto il ruolo di mediatori semiotici (Vigotsky 1987) veicolando, attraverso percorsi opportunamente strutturati, tematiche non presenti nei curricula scolastici in Italia. Dal punto di vista educativo e didattico, la Teoria delle Scelte acquista un valore significativo in quanto mediatore semiotico sia in chiave positiva, in quanto fornisce

informazioni per comprendere determinate scelte, strategie e tattiche in situazioni di confronto o conflitto sia in modo prescrittivo per determinare come e quando interpretare l'interazione tra due o più soggetti e gli esiti che ne derivano.

Si è deciso di avvalersi della Metodologia del Gioco di Ruolo Simulato: è stato introdotto brevemente l'argomento, con l'aiuto dello storytelling. L'ambientazione scelta è stata quella di una corte medioevale, in cui la presenza del Re, dei cavalieri, saltimbanchi e taverne, gli studenti hanno fatto i conti con la razionalità. Gli studenti, che hanno interpretato il ruolo degli uomini più saggi dei due regni, sono stati chiamati a scegliere alternando la scelta ottima individuale (l'alternativa che preferivano maggiormente, secondo un criterio del tutto personale), alla scelta ottima sociale (ciò che sarebbe stato meglio per il bene dei due regni).

Sono stati selezionati obiettivi di apprendimento misurabili relativi all'esperimento, in particolare come si fanno le scelte individuali, come si aggregano le preferenze collettive, come la razionalità sia alla base delle scelte e come a volte possa essere ignorata.

Gli studenti si sono trovati di fronte a risultati che non sempre sono stati in grado di capire con facilità, a cui è seguita una spiegazione per mezzo della letteratura e dei modelli matematici sottostanti. Hanno osservato i dati raccolti e hanno cercato di spiegare le motivazioni dietro le scelte degli altri giocatori. Infine, hanno dovuto motivare le proprie scelte e quelle del gruppo a cui appartenevano.

Sono stati costruiti moduli online di decisione che hanno consentito di mantenere private le azioni degli studenti, così da non influenzare le loro scelte. Le dinamiche dell'apprendimento situato sulla sfida hanno fatto leva sull'approccio empatico ai contenuti affrontati e hanno predisposto gli studenti alla comprensione dei contenuti teorici successivamente sviluppati in modalità didattica di laboratorio.

3.2 Attività svolte

Ordinamento delle preferenze e scelte individuali

Le prime attività hanno riguardato un ordinamento delle preferenze su più alternative prima su caratteristiche **unimodali** e in seguito su alternative definite da più caratteristiche (**vettoriali**). In particolare, la prima attività proposta è stata un gioco di coordinamento su 4 alternative e il risultato, coerente con la letteratura, è che i giocatori riescono a coordinarsi sull'opzione saliente. La congettura di Michael Bacharach prevede che, *quando ogni alternativa è descritta in termini di un certo numero di caratteristiche, l'opzione saliente è quella che si distingue nella maggior parte delle caratteristiche*. Il secondo gioco, sempre di coordinamento, prevedeva la scelta tra diverse opzioni descritte da un vettore di caratteristiche. In questo caso, si dimostra che non è così facile coordinarsi per far confluire la scelta su un'unica opzione. In entrambi gli esperimenti, è stato possibile osservare una forte tendenza ad evitare sia l'opzione inferiore che l'alternativa che veniva ricevuta come quella più indistinta.

Scelte collettive e metodo di voto

Le attività successive si sono incentrate sulla costruzione di scelte collettive a partire dalle scelte individuali. Gli studenti hanno dovuto selezionare il cavaliere che fosse in grado di guidare l'esercito comune ai due Regni.

Ciascuna alternativa era definita da due caratteristiche costruite in modo tale che una fosse percepita come positiva e l'altra negativa, secondo il senso comune. Nel testo, al fine di non influenzare la scelta degli studenti, non sono state usate congiunzioni avversative (come ma, invece, etc.) che potessero far risaltare maggiormente uno dei due aspetti.

Sono stati creati dei moduli per mezzo dell'applicazione *Moodle* di Google per consentire agli studenti di giocare, e ad ogni alternativa (cavaliere) è stata associata un'immagine di riferimento, che rispecchiasse le caratteristiche dei cavalieri.

3.2.1 Plurality e Majority Rules

La prima attività, incentrata sul voto secondo le *Plurality* e *Majority Rules*, richiedeva che gli studenti scegliessero il Cavaliere che preferivano di più, selezionandolo in base alle caratteristiche evidenziate: *Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, molto giovane e testardo; Palamede il Saraceno, molto vecchio e intrepido; Loholt, uno dei figli di re Artù, molto lento ed esperto; Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e valoroso.*

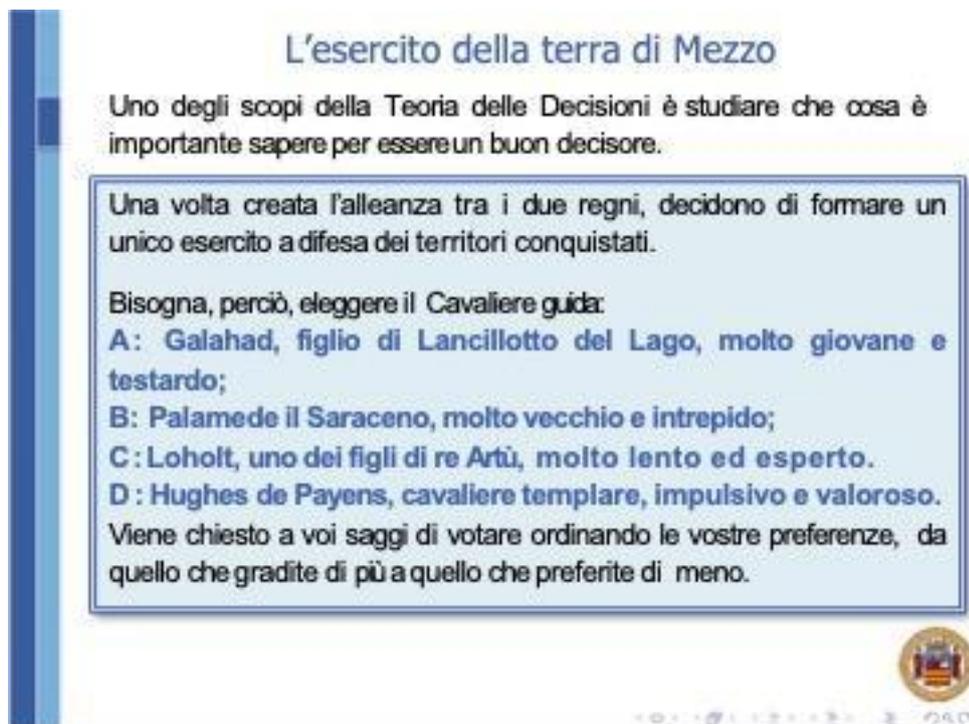
I nomi riprendevano quelli di alcuni personaggi delle storie e leggende dei cavalieri templari e della ben nota storia di Re Artù. Tra le alternative, sono stati inseriti candidati legati alle due figure più importanti della storia della Tavola Rotonda, per rendere il contesto più familiare e coinvolgente nell'immaginario degli studenti. Riteniamo che questa scelta abbia potuto in qualche modo condizionare le scelte, facendo identificare gli studenti con i personaggi, prediligendo le caratteristiche a loro più affini (giovinezza, saggezza).

Il vincitore esiste sempre?

Nella specifica attività di laboratorio è stato proclamato un vincitore, sia secondo la *Plurality* rule sia per la *Majority* rule. Dopo aver mostrato i risultati, è stata aperta una discussione sulle motivazioni che hanno indotto la scelta di ciascuno studente. Successivamente, agli studenti è stato chiesto se ritenessero che le preferenze fossero tra loro "confrontabili", facendo riferimento alla possibilità di ordinare elementi unidimensionali ed elementi definiti da un vettore di caratteristiche.

Il risultato delle scelte individuali e collettive, pertanto, è dipeso da quanto dell'input informativo "arricchito" dagli elementi inseriti per ciascuna alternativa gli studenti, singolarmente prima e in gruppo poi, hanno deciso di usare nel determinare l'ordinamento delle preferenze: formalmente, il risultato è dipeso dall'assunzione sulla misurabilità e comparabilità interpersonale delle scelte "ottime" degli agenti coinvolti.

Costruzione della funzione di scelta individuale - *Quale sarà il cavaliere che guiderà l'esercito della Terra di Mezzo?*



L'esercito della terra di Mezzo

Uno degli scopi della Teoria delle Decisioni è studiare che cosa è importante sapere per essere un buon decisore.

Una volta creata l'alleanza tra i due regni, decidono di formare un unico esercito a difesa dei territori conquistati.

Bisogna, perciò, eleggere il Cavaliere guida:

- A: Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, molto giovane e testardo;**
- B: Palamede il Saraceno, molto vecchio e intrepido;**
- C: Loholt, uno dei figli di re Artù, molto lento ed esperto.**
- D: Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e valoroso.**

Viene chiesto a voi saggi di votare ordinando le vostre preferenze, da quello che gradite di più a quello che preferite di meno.



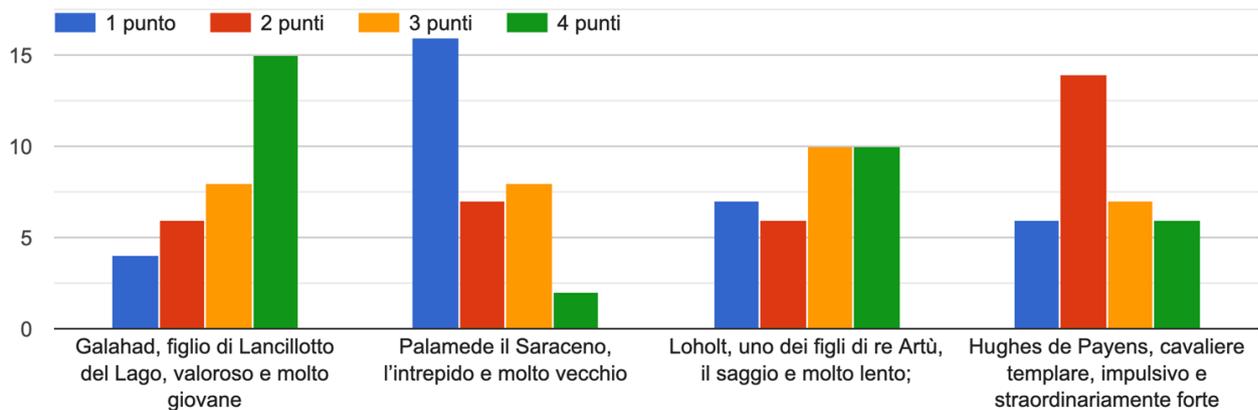
Attività 1 - Scelta individuale: *Quale dovrebbe essere secondo te il Cavaliere a capo dell'esercito dei due regni?*



3.2.2 Vincitore di Borda

Per introdurre il criterio di Borda, gli studenti hanno ordinato le proprie preferenze assegnando un punteggio decrescente alle quattro alternative.

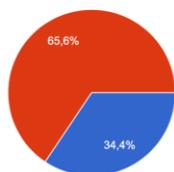
Attività 2 - Ordinamento delle preferenze individuali: *Ordina le tue preferenze, da quella che preferisci di più (4 punti) a quella che preferisci di meno (1 punto)*



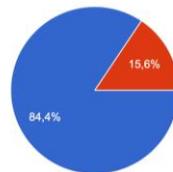
Il vincitore di Borda è risultato essere lo stesso delle votazioni con Plurality e Majority. Con gli studenti è stata discussa la possibilità che non ci fosse un vincitore di Borda e la manipolabilità del sistema di voto. Dopo aver osservato la distribuzione delle preferenze aggregate, gli studenti hanno provato a formulare ipotesi sul punteggio da assegnare in fase di votazione, al fine di riuscire ad indurre una scelta piuttosto che un'altra. Gli studenti hanno trovato molto interessante la possibilità di condizionamento del risultato di un voto; in maniera molto intuitiva, gli studenti hanno percepito come aggregazioni e accordi nella fase preliminare alla votazione, possano determinare un ordinamento falsato delle preferenze per favorire un candidato comune (*Violazione della Strategy-proofness condition*).

3.2.3 Vincitore di Condorcet

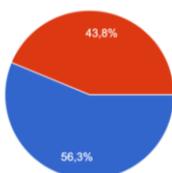
Per determinare il vincitore di Condorcet, è stato chiesto agli studenti di decidere il vincitore nel confronto a coppie.



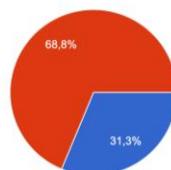
● Palamede il Saraceno, l'intrepido e molto vecchio
● Loholt, uno dei figli di re Artù, il saggio e molto lento



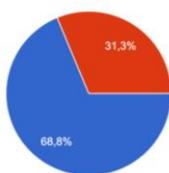
● Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, valoroso e molto giovane
● Palamede il Saraceno, l'intrepido e molto vecchio



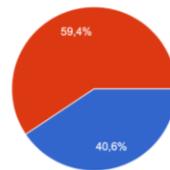
● Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, valoroso e molto giovane
● Loholt, uno dei figli di re Artù, il saggio e molto lento



● Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e straordinariamente forte
● Loholt, uno dei figli di re Artù, il saggio e molto lento



● Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, valoroso e molto giovane
● Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e straordinariamente forte



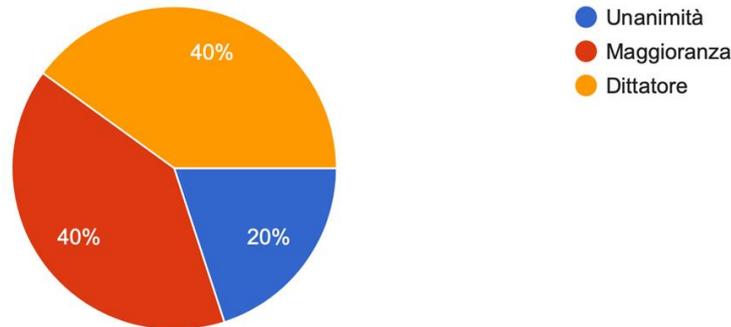
● Palamede il Saraceno, l'intrepido e molto vecchio
● Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e straordinariamente forte

L'ordine delle coppie messe a votazione è stato randomizzato, per evitare ogni forma di coordinamento tra gli studenti e per minimizzare il rischio di votazione automatica per la prima alternativa presente. Dal confronto dei dati relativi all'ordinamento delle preferenze individuali e alle votazioni a coppie, non è emerso alcun risultato contrastante: gli studenti sono rimasti coerenti con il proprio ordinamento iniziale. Il vincitore di Condorcet, pertanto, è risultato essere lo stesso degli altri metodi di selezione.

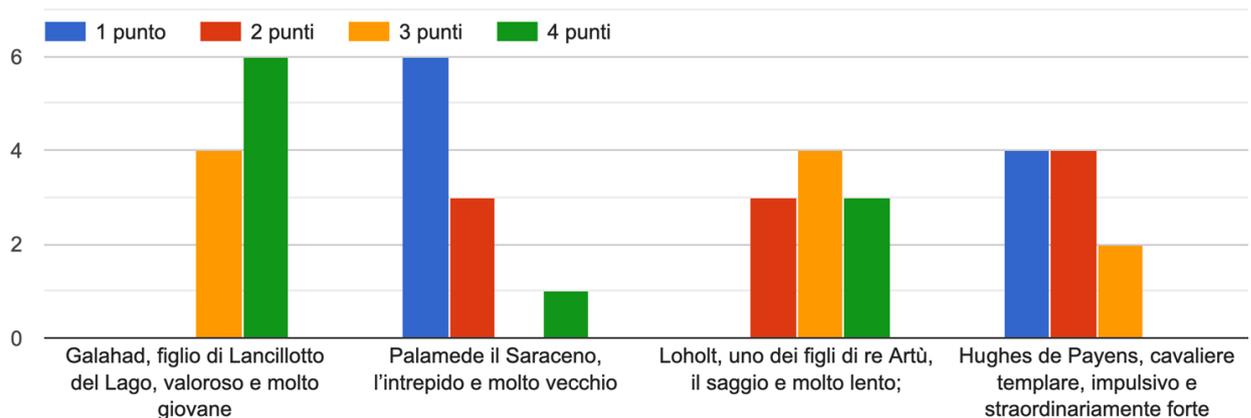
3.2.4 Preferenze collettive

Nell'ultima attività, gli studenti hanno formato 10 coalizioni di 3-4 persone. Hanno dovuto dapprima stabilire una regola decisionale al proprio interno al fine di creare l'ordinamento delle preferenze collettive, sulla base delle preferenze individuali.

Attività 4 - Aggregazione delle preferenze individuali: *Come avete preso la decisione del gruppo: unanimità, maggioranza, dittatore, altro*



Attività 4 - Ordinamento delle preferenze collettive: *Ordinate le vostre preferenze, da quella che preferite di più (4 punti) a quella che preferite di meno (1 punto)*



Il risultato, sorprendente per gli studenti, è che nel 40% dei gruppi la decisione è stata presa in maniera dittatoriale. Gli studenti, che appartenevano ai gruppi dittatoriali, hanno motivato la decisione come frutto di un processo decisionale lungo, da cui, per uscirne, è emerso un dittatore che imponeva le proprie scelte. In realtà è facile riscontrare, in questo tipo di atteggiamento, il risultato ben noto del Teorema dell'Impossibilità di Arrow.

Il risultato della votazione secondo il metodo di Condorcet e di Borda ha avuto lo stesso vincitore.

SEZIONE 4: La voce dei partecipanti

Al termine dell'attività, gli studenti hanno risposto ad un questionario predisposto per il monitoraggio dell'efficacia della ricaduta didattica del laboratorio. Esso è in parte composto da risposte multiple con richiesta di esprimere la loro posizione o il loro giudizio su quanto richiesto nelle domande, in parte con quesiti aperti tesi a riscontrare dai commenti degli studenti la ricaduta del percorso svolto.

Inoltre, al termine dell'intero modulo di Matematica ed economia un questionario conclusivo è stato proposto a docenti e studenti.

Nel prosieguo del paragrafo vengono sintetizzate le evidenze emerse dalla lettura dei questionari compilati, in alcuni casi vengono richiamate soltanto le osservazioni più significative e pertinenti.

Prima di chiedere un'opinione o un giudizio sull'attività, agli studenti sono state avanzate richieste per testare le conoscenze antecedenti all'inizio del laboratorio ed è emerso che

- il 97,5% degli studenti sapeva poco o niente di che cos'è la Teoria delle scelte
- Il 59,5% degli studenti sapeva poco o niente di come si aggregano le scelte collettive, il 35% sapeva "abbastanza"
- il 32,5% degli studenti sapeva poco o niente che il metodo di scelta selezionato può influenzare l'esito delle votazioni, abbastanza il 47,5 %, molto 17,5%, moltissimo 2,5%.

Da questo primo quadro è emerso che gli studenti avevano poche o nulle informazioni sull'argomento dell'attività e che però avevano l'idea che le votazioni potessero essere "in qualche modo" influenzate. Non esprimevano però ipotesi sul "come" tale influenza potesse avvenire.

Sono state poi presentate alcune domande sul coinvolgimento al laboratorio e sulla ricaduta sul proprio percorso.

Alla domanda

"Tale esperienza è servita a te come persona?"

gli studenti hanno risposto poco per il 2,5%, abbastanza 47,5%, molto 50%

"Ti sei sentito coinvolto nell'esperienza?"

gli studenti hanno risposto abbastanza 7,5%, molto 72,5% il restante 20% si è sentito poco coinvolto. È stato interessante notare che anche ragazzi che alle domande se il tema trattato fosse inerente alle scelte di studio future hanno risposto di no, hanno espresso interesse, partecipazione e giudizio fortemente positivo.

Poi sono state rivolte alcune domande aperte per ascoltare il punto di vista degli studenti.
alla domanda

"Che cosa ti ha colpito maggiormente dell'attività svolta in classe-virtuale?"

gli studenti hanno dato risposte che si possono raggruppare nelle seguenti categorie

- l'interazione in tempo reale con gli studenti tramite i vari giochi,
- il coinvolgimento costante,
- il lavoro di gruppo,
- la volontà da parte di professore di coinvolgere tutti nell'attività,
- le sessioni di confronto multigiocatore

Alla domanda

"Che cosa giudichi più utile dell'attività svolta?"

gli studenti hanno dato risposte che si possono raggruppare nelle seguenti categorie

- la preparazione dei docenti e la scelta dell'eccellente modo in cui gli insegnanti hanno coinvolto noi allievi nelle risposte interattive
- la possibilità di giocare e interagire con gli altri ragazzi
- il coinvolgimento dei ragazzi tramite giochi e quiz
- i giochi collettivi
- la collettività
- i giochi svolti con i moduli
- mi ha colpito molto la tematica della probabilità e della logica

- il modo per influenzare il metodo delle votazioni e le aste
- l'applicabilità delle teorie
- i consigli o le intuizioni avute circa il modo in cui il singolo è in grado di influenzare il risultato finale
- Il fatto che mi abbia fatto ragionare su situazioni non comuni ma che possono comunque accadere
- Il fatto di fare esercizi per aiutare a capire meglio le varie spiegazioni
- L'applicazione nella vita reale
- L'applicazione pratica dei concetti matematici trattati
- la parte pratica
- la parte relativa all'attualità
- le attività come esempi

e alla domanda

“Hai qualche osservazione sulle attività svolte nel Laboratorio di Teoria dei Giochi?”

- Bello
- Ottimo
- Molto interessanti
- Le attività svolte nel Laboratorio di Teoria dei Giochi sono molto interessanti e formative.
- sarà utile per capire l'applicazione nella vita reale
- Tutte molto interessanti che sicuramente hanno aiutato a sviluppare nuove abilità e potenzialità.
- una bella esperienza che ripeterei se potessi
- Attività molto interessanti e importanti
- A mio parere, è stato tutto ben organizzato e interessante
- Sono belli, ma ci abbiamo messo tanto tempo
- molto interessanti e coinvolgenti
- È giusto pensare a fare sempre la migliore scelta razionale possibile, però non penso porti sempre al migliore risultato, ci sarebbero altre variabili non considerate.
- Interessanti e formative
- Intrattenenti e utili a capire l'argomento.
- Molto divertenti
- lezione molto coinvolgente, docenti molto flessibili e chiari durante le spiegazioni
- è stato un corso molto interessante che ha contribuito ad aumentare il mio interesse per le discipline scientifiche
- Troppe ore di seguito
- Bel corso pur se lungo
- Non ho osservazioni

“che cosa cambieresti del laboratorio per il futuro?”

- Non cambierei nulla, il laboratorio è già perfetto
- non cambierei niente, ovviamente avrei preferito svolgere le attività in presenza
- nulla, la parte teorica e pratica sono ben equilibrate
- Nessuna variazione in merito
- Non credo ci sia qualcosa da cambiare
- niente
- Non ritengo che qualcosa debba essere cambiato
- sarebbe più coinvolgente in presenza
- che tutti i partecipanti siano attivi e rapidi a giocare
- velocità dei giochi
- canali per i giochi interattivi più efficienti

Dalle risposte alle tre domande “cosa ti ha colpito”, “cosa giudichi utile”, “qualche osservazione” (domanda più generica per permettere allo studente di esprimere il proprio pensiero magari non catalogabile con le altre domande presentate) sono emersi indicatori comuni sull’attività, infatti gli studenti

- si sono sentiti coinvolti, interessati ed hanno percepito l’attenzione dei docenti nei loro confronti
- hanno trovato utile trattare di temi di stretta attualità ed affrontare continui rimandi ai vari contesti reali
- hanno gradito particolarmente la possibilità di lavorare in gruppo ed in tempo reale attraverso le tecnologie.

Alla domanda in cui si chiedono suggerimenti per eventuali modifiche del corso i ragazzi hanno espresso tre indicazioni chiare:

- il corso è piaciuto così come è stato proposto
- hanno lamentato talvolta la lentezza del gioco interattivo (ma ciò è dovuto alle connessioni ed alle piattaforme utilizzate)
- la richiesta di una preferibile attività in presenza è emersa da solo due studenti.

Quest'ultimo punto è interessante perché dimostra come i ragazzi abbiano accettato in maniera “naturale” il passaggio alle attività in piattaforma. Alla richiesta specifica di valutare la scelta di svolgere l’attività online a causa della chiusura delle scuole (ovvero di non procrastinare le attività), il 75,5% ha apprezzato molto/abbastanza di fare attività online, il 16,5% ha apprezzato poco, l’8% per niente.

Alla domanda relativa al gradimento del percorso svolto, il 95% degli studenti ha apprezzato molto /moltissimo l’attività del laboratorio, il restante 5% “abbastanza” e alla richiesta di attribuire un voto da 1 a 5, il 41% ha dato 5 (ottimo), 54% ha votato 4 (buono) e il 5% ha dato 3 (soddisfacente). Nessuno ha votato 2 (scarso) o 1 (nullo).

Anche i docenti sono stati coinvolti nell’attività di monitoraggio ed hanno evidenziato che il corso era organizzato per consentire a tutti gli studenti di partecipare pienamente, con un carico di lavoro appropriato, è risultato evidente l’interesse mostrato per l’argomento trattato e la collaborazione tra docenti e tra docenti e studenti. Tutti i docenti rifarebbero questa esperienza che hanno riscontrato avere come punti di forza:

- immediatezza e coinvolgimento
- rapidità con cui è arrivata a tutti contemporaneamente
- l’aspetto pratico e non solo teorico
- lo stimolo continuo a mettersi in gioco

e come punti di debolezza:

- il periodo di svolgimento (il mese di maggio è stato scelto dalle scuole)
- la difficoltà di catturare l’attenzione dopo tante ore di computer
- la possibilità di non poter effettivamente tenere “sotto controllo” tutti i presenti.

I professori hanno evidenziato gli stessi punti di forza evidenziati dagli studenti ed hanno sottolineato i punti di debolezza che sono caratteristici di tutte le attività didattiche svolte a distanza dietro lo schermo di un computer.

SEZIONE 5: Conclusioni

La Teoria delle Decisioni ha posto gli studenti di fronte a diverse questioni:

- Cosa deve fare un buon decisore?
- In che modo si può scegliere un'alternativa, tenendo conto di tutti i soggetti coinvolti?
- Perché il vincitore non sempre esiste?

Gli studenti hanno scardinato una serie di convinzioni proprie delle scienze esatte che, quando applicate alle Scienze Sociali, conducono a risultati non facilmente motivabili. In particolare, gli studenti hanno dovuto “accettare” che può non esserci un'unica soluzione ad un problema e che, a volte, la soluzione non esiste. Mentre il Plurality e il Majority sono regole di scelta collettiva con le quali gli studenti hanno già avuto confidenza (elezioni dei rappresentanti di classe, elezioni politiche, ma anche semplici decisioni di vita quotidiana prese all'interno di un gruppo), i metodi di Condorcet e di Borda non erano mai stati affrontati. Gli studenti si sono mostrati molto incuriositi dai presupposti teorici e i risultati ammissibili, animando le lezioni con ampie discussioni sull'argomento.

Da un'analisi dei dati delle attività proposte, possiamo anche dedurre che le diverse modalità di votazione non hanno influenzato l'ordinamento individuale delle preferenze che è stato, invece, determinato in buona parte dalle caratteristiche peculiari di ciascuna alternativa e dall'inclinazione di ciascuno studente. Gli studenti, infatti, hanno costruito le proprie scelte, ponderando di volta in volta le caratteristiche positive e negative delle quattro alternative.

Osservando i feedback ottenuti dai questionari che gli studenti hanno compilato, è emerso che le scelte laboratoriali sono state molto apprezzate, che i ragazzi si sono sentiti parte attiva e protagonisti delle attività e hanno percepito di partecipare ad un'attività laboratoriale di gruppo nonostante la freddezza di uno schermo del computer e la distanza dello studio da remoto. La strategia di non prevedere una valutazione ha consentito maggior libertà di espressione dei ragazzi che non si sono mai sentiti giudicati che hanno partecipato con grande interesse alla predisposizione di un lavoro multimediale consuntivo del modulo di Teoria dei Giochi (non sul tema oggetto del presente lavoro). Dal punto di vista dei docenti si è avuto lo stesso grado di collaborazione ed interesse, le perplessità legate all'attività online sono legate ai limiti della didattica a distanza, come già detto nel paragrafo precedente.

Il percorso didattico sarà certamente replicato in futuro e, vista l'efficacia dell'uso delle tecnologie (moduli per rispondere ai quesiti proposti con analisi dati in tempo reale, siti per simulare votazioni, aste e più in generale giochi economici si a carattere singolo che collettivo), anche quando la scuola tornerà in presenza i problemi proposti e le analisi dei dati verranno riproposti come nell'attività descritta.

Bibliografia

1. Arrow, Kenneth (1951). *Social Choice and Individual Values*. 2nd ed. 1963. Wiley, New York.
2. Ball, Sheryl B., Catherine C. Eckel and Christian Rojas (2006). "Technology Improves Learning in Large Principles of Economics Classes: Using Our WITS." *American Economic Review Papers and Proceedings*, 96(2): 442-446.
3. Bardsley, N., Mehta, J., Starmer, C., & Sugden, R. (2010). Explaining focal points: Cognitive hierarchy theory versus team reasoning. *The Economic Journal*, 120(543), 40-79.
4. Becker, William E., and Michael Watts, eds. (1998) *Teaching Economics to Undergraduates: Alternatives to Chalk and Talk*, Northampton, Mass.: Edward Elgar.
5. Bimonte, G., Tortoriello, F. S., & Veronesi, I. (2023). An interdisciplinary educational path to understand the economic phenomena of a fluid and complex world with mathematics. *Soft Computing*, 1-11
6. Bimonte G., Tortoriello S.F., Veronesi I., (2022). *Game Theory Lab: A Gamification Laboratory for High School Students*, *Handbook of Research on International Approaches and Practices for Gamifying Mathematics*, DOI: 10.4018/978-1-7998-9660-9

7. Bimonte G., Tortoriello F.S., Veronesi I., (2021). A topological approach to Game Theory, Proceedings 14th International Congress on Mathematical Education Shanghai, 11st-18th July 2021.
8. Bimonte G., Tortoriello F.S., Veronesi I., (2021). Economics and mathematics: a transdisciplinary path using geodynamical models and computational software, Proceedings of INTED2021 Conference, 9128-9131 8th-9th March 2021, ISBN: 978-84-09-27666-0
9. Bimonte G., Tortoriello F.S., Veronesi I., (2020). Liceo Matematico - un percorso transdisciplinare per interpretare la realtà: il "role playing" per sviluppare dinamiche risolutive con l'uso delle nuove tecnologie, Didattica della matematica, disciplina scientifica per una scuola efficace, Pitagora Editrice Bologna, ISBN 88-371-2126-6
10. Bimonte G., Tortoriello F.S., Veronesi I., (2020). Game theory and mathematics: transdisciplinary skills to read into reality (a training course for in-service teachers), Proceedings 13th International Conference of Education, Research and Innovation, 4963-4967, Seville Spain, 9th-10th-November.
11. Bimonte, G., Tortoriello, F.S., Veronesi I.,(2021) Teaching Decision Theory in classroom experiments with the use of technologies, ICERI 2021 Proceedings 14th International Conference of Education, Research and Innovation, 8-9 November 2021 online, ISBN: 978-84-09-34549-6 / ISSN: 2340-1095, doi: 10.21125/iceri.2021
12. Capra, C. Monica, and Charles A. Holt (1999) "Coordination," Southern Economic Journal, 65:3 (January), 630-636.
13. Dardanoni, Valentino (2002). "A pedagogical proof of Arrow's impossibility theorem". Social Choice and Welfare.
14. Durham, Y., McKinnon, T., and Schulman, C. (2006). "Classroom Experiments: Not Just Fun and Games," Economic Inquiry, 45(1): 162-178.
15. Emerson, Tisha LN, and Beck A. Taylor. "Do Classroom Experiments Affect the Number of Economics Enrollments and Majors? A Study of Students in the United States." International Review of Economics Education 9.2 (2010): 43-58.
16. Gibbard, Allan (1973). "Manipulation of voting schemes". *Econometrica*, (41):587–601.
17. Grobelnik, Marko, Vesna Prasnikar, and Charles A. Holt (1999) "Classroom Games: Strategic Interaction on the Internet," Journal of Economic Perspectives, 13:2 (Spring), 211-220.
18. Harel, I.E., e S.E. Papert. (1991). Constructionism. Ablex Publishing.
19. Holt, Charles A., and Tanga McDaniel. 1998. Experimental economics in the classroom. In Teaching undergraduate economics, edited by William B. Walstad and Phillip Saunders. Boston:Irwin/McGraw-Hill, pp. 257-268.
20. Holt, C. (2007). Markets, Games and Strategic Behavior. Pearson Education.
21. Rabardel, P. (2002). People and Technology - A Cognitive Approach to Contemporary Instruments.
22. Sulock, Joseph M. (1990) "The Free Rider and Voting Paradox 'Games'," Journal of Economic Education, 21:1 (Winter), 65-69.
23. Satterthwaite, Mark Allen (1975). "Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions". *Journal of Economic Theory*, (10):187–217.
24. Sen, Amartya Kumar (1970). Individual choice and Social Welfare. Holden-Day, San Francisco
25. Sen, Amartya Kumar (1986). Scelta, benessere ed equità. Il Mulino, Bologna.
26. Tortoriello F.S., Veronesi I. (2021). Internet of things to protect the environment: a technological transdisciplinary project to develop mathematics with ethical effects, *Soft Computing* 25, 8159–8168.
27. Vigotsky, L. (1987). Mind in society: The development of higher psychological processes. Harvard University Press.

ALLEGATO 1 - ESEMPIO DI ATTIVITÀ DIDATTICA:

Scheda Scelte individuali e scelte collettive

L'attività didattica consiste nella costruzione dell'ordinamento delle preferenze individuali, in presenza di alternative contraddistinte da più caratteristiche (preferenze multimodali).

Gli studenti sono i protagonisti delle avventure in un mondo fantastico e per introdurre l'argomento "scelte individuali e scelte collettive" si presenta loro la necessità di eleggere il Cavaliere alla guida dell'esercito.

Viene presentata la seguente slide e viene fornito il link per procedere alla votazione così da avere i risultati immediatamente per poter proiettare a schermo e discutere.

Costruzione della funzione di scelta individuale
 Quale sarà il cavaliere che guiderà l'esercito?

L'esercito della terra di Mezzo

Uno degli scopi della Teoria delle Decisioni è studiare che cosa è importante sapere per essere un buon decisore.

Una volta creata l'alleanza tra i due regni, decidono di formare un unico esercito a difesa dei territori conquistati.

Bisogna, perciò, eleggere il Cavaliere guida:

A: Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, molto giovane e testardo;
B: Palamede il Saraceno, molto vecchio e intrepido;
C: Loholt, uno dei figli di re Artù, molto lento ed esperto.
D: Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e valoroso.

Viene chiesto a voi saggi di votare ordinando le vostre preferenze, da quello che gradite di più a quello che preferite di meno.

Annotations:

- focalizzare l'attenzione per fare la propria scelta
- alternative multimodali
- ordinamento delle preferenze

Il risultato delle scelte (individuali e collettive) dipende da come l'input informativo viene "arricchito" di elementi per ciascuna alternativa possibile. Ciascuna alternativa (cavaliere) presenta due caratteristiche che influenzano la scelta dei decisori e che vengono interpretate da ogni giocatore in maniera soggettiva. Sebbene ogni caratteristica nel linguaggio comune abbia un'accezione ben definita, in coppia con un altro elemento caratterizzante diventano l'una percepita come mediamente positiva, e l'altra come mediamente negativa.

In questo modo ciascuno studente dovrà costruire il proprio ordinamento riuscendo ad analizzare le caratteristiche che ritiene significative per vincere le elezioni.

La componente soggettiva determina l'ordinamento, in questo modo possiamo introdurre il concetto di ordinamento non completo.

Si possono analizzare

- le proprietà dell'ordinamento
 - riflessività,
 - transitività,
 - antisimmetria,
- la proprietà di indipendenza dalle alternative irrilevanti.

Con la costruzione delle scelte collettive viene mostrato il Teorema di impossibilità di Arrow.

Al termine della votazione, si analizzano i criteri di scelta:

- maggioranza semplice,
- maggioranza assoluta,
- vincitore di Condorcet
- vincitore di Borda.

Per ognuno di essi si apre una discussione in cui gli studenti raccontano come sono giunti al proprio ordinamento, confrontandosi con i criteri adottati dagli altri. Quello che emerge è la difficoltà di aggregare le preferenze individuali per giungere ad una scelta collettiva.